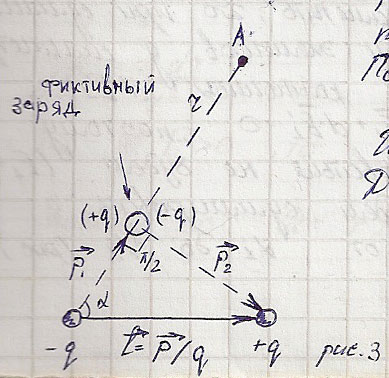
\*\***Задача** [4] №13. Вычислить напряжённость поля точечного диполя с дипольным моментом . Расстояние до диполя , где расстояние между зарядами.

**Решение**.

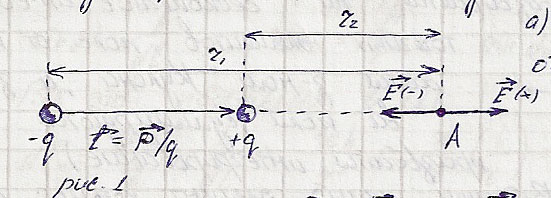
Шаг 1. Решим задачу исходя из определения напряженности поля точечного заряда. Предварительно заметим, однако, что задачу удобно разбить на две, более простые, задачи.



Для этого расположим фиктивный заряд, так как это указано на рисунке. Можно считать, что это два равных по значению и противоположных по знаку заряда, находящихся в одной точке. В этом случае их вклад в систему нулевой. Тогда вместо одного диполя можно рассматривать два других диполя, его заменяющих. Причем, поле диполя заменится геометрической суммой полей новых диполей согласно принципу суперпозиции. Итак

Осталось найти поля соответствующих диполей.

Шаг 2. Вычислим поле диполя на оси диполя, при условии, что точка наблюдения находится на большом расстоянии от диполя. Именно это условие и делает диполь точечным.



Напряженность поля точечного заряда:

Согласно принципу суперпозиции, результирующее поле:

Вспомним математический анализ:

Или

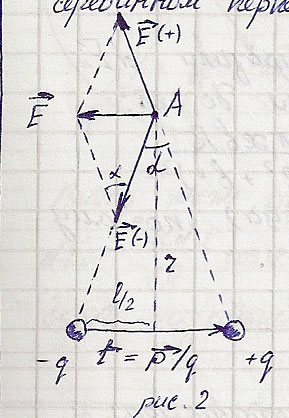
Для наших обозначений это выглядит так:

где учли, что .

Получаем, что

Или, в векторной форме

Шаг 3. Предположим теперь, что точка наблюдения расположена на серединном перпендикуляре. Это немного не так, если посмотреть на рисунок. Но в силу больших расстояний, решение задачи не изменится. Можно даже считать, что ось проходит рядом с диполем.



Из рисунка легко увидеть, что

Поскольку на больших расстояниях угол очень мал, то можем считать, что .

Из рисунка видно также, что

Но, на больших расстояниях и , поэтому

Удобно вернуться к векторной форме. Из рисунка видно, что , поэтому

Шаг 4. Теперь мы можем найти поле произвольно расположенного точечного диполя

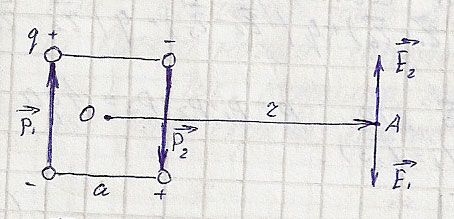
Поскольку , можем написать

Из рисунка видно, что . По определению скалярного произведения , поэтому

**Задача**. Электрический квадруполь состоит из двух положительных и двух отрицательных одинаковых по величине точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной . Найти поле квадруполя в точке на расстоянии от его центра , если линия параллельна одной из сторон квадрата.

**Решение**. Воспользуемся результатами из предыдущей задачи.

Согласно рисунку



Полное поле

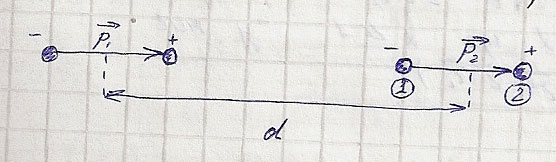
В проекциях

Воспользуемся формулой приближения

**Задача**. Найти силу взаимодействия двух точечных диполей, если их дипольные моменты направлены вдоль соединяющей их прямой и расстояние между диполями равно .

**Решение**. Пусть – расстояние между зарядами точечного диполя. «Точечность» диполя означает, что . Будем рассматривать диполь в поле диполя . Конфигурацию диполей примем как на рисунке.

Поле диполя

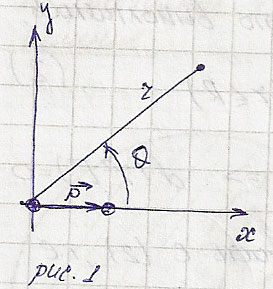


Этот результат нам известен из предыдущих задач. Действие поля на заряды диполя описываются формулами .

Воспользуемся формулой приближения

В нашей конфигурации это сила притяжения.

**Задача**. Найти уравнение силовых линий электрического диполя в полярной системе координат.



**Решение**. Силовая линия поля это такая линия, в каждой точке которой вектор будет касательным. Математически это означает, что приращение радиус-вектора на линии поля будет параллельно вектору :

Параллельность векторов означает пропорциональность координат:

Это и будет уравнением силовой линии в плоскости .

Решим предложенную задачу двумя способами.

Способ 1. Это прямой, аналитический способ. Поле точечного диполя нам известно:

Разместим диполь так, как указано на рисунке. Получаем довольно очевидные равенства

Следовательно

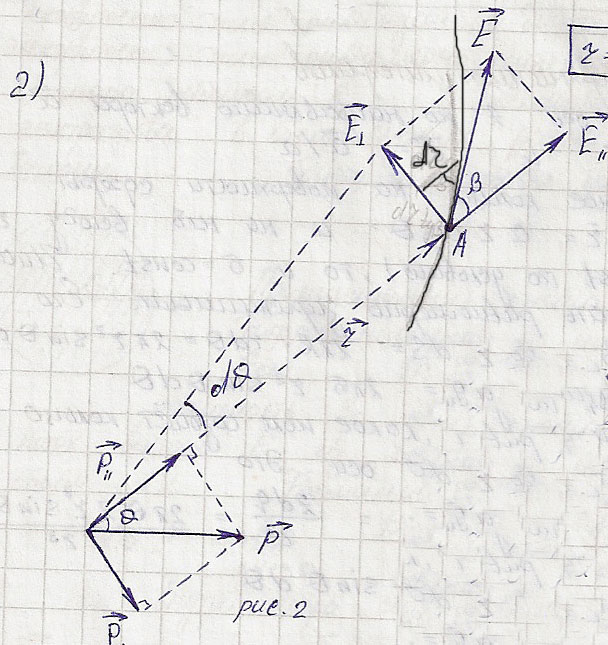
Уравнение кривой

Это дифференциальное уравнение легко решается, если перейти к полярным координатам:

После подстановки в уравнение и сокращений, получим

Или

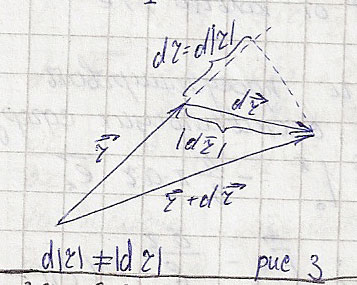
Интегрируем



Полагаем

Способ 2. Разложим диполь на составляющие (рис).

Рассмотрим элемент силовой линии и найдем его проекцию на направление вектора . Следует только учесть разницу между величинами и для того, чтобы не ошибиться с проекцией.



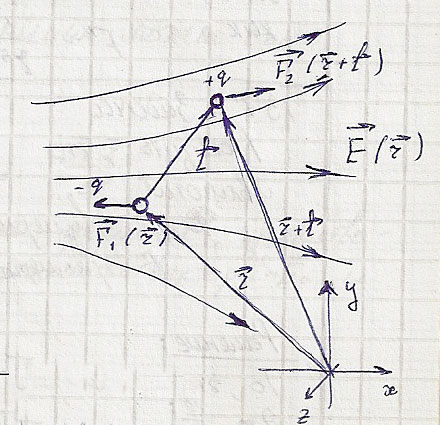
С одной стороны, это , но эта же проекция равна . Приходим опять к нашему уравнению

Его решение

**Задача**. Найти силу и момент сил, которые действуют на диполь в неоднородном электрическом поле.

**Решение**. Сила, действующая на точечный диполь:

В силу того, что , можем написать:



или

Окончательно

Диполь втягивается туда, где напряженность больше (например, жидкость втягивается в конденсатор).

Момент сил, по определению

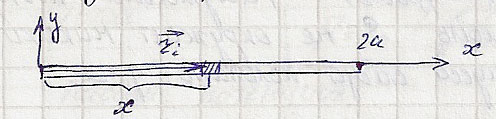
В нашем случае:

Учитывая предыдущий результат, получим

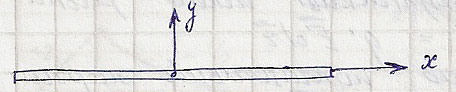
**Задача [5]**. Расположенный на оси тонкий стержень длины заряжен однородно с линейной плотностью . Найти электрический дипольный момент стержня относительно а) левого конца, б) середины в) правого конца.

**Решение**. Для дипольного момента системы зарядов существует утверждение: если суммарный заряд системы равен нулю, то дипольный момент системы не зависит от выбора начала системы координат. Этим мы пользовались в предыдущих задачах. Однако теперь это не так, поскольку суммарный заряд не равен нулю.

а) Выделим элемент стержня . Его заряд .



б)



в) В этом случае все аналогично пункту а), но только радиус-векторы элементов стержня направлены против оси . Так что